সাইন্স কোচিং

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত (H.M-4)

(Revision Program Solve Sheet -2020)

প্রধান ক্যাম্পাসঃ বাসা#১৬, (সাইন্স কোচিং বিল্ডিং) রোড#০৬, ব্লক-এ, মিরপুর-১০,ঢাকা

যোগাযোগঃ ০১৬১৩-৬৭৬৭০১, ০১৬১১-১০০৬২১, ০১৯১৬-৫৮৭৬৭৭, ০১৭১৬৬৩৩৪০৬

Set-A

১। xy সমতলে অবস্থিত $A(t+1,1), B(2t+1,3), C(2t+2,2t)$ এবং $D(k^2,2k)$ চারটি বিন্দু।

ক) মূলবিন্দুগামী এবং x অক্ষের সাথে 135^o কোণ উৎপন্ন করে এরূপ রেখার মীকরণ নির্ণয় কর।

খ) D বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখাটি যদি $(-2,1)$ বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

গ) ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $t=2$ অথবা $t=-\frac{1}{2}$ হলে, A, B, C বিন্দুগুলো সমরেখ হবে।

১নং প্রশ্নের উত্তর (ক)

ঢাল $m=\tan 135^o$

$=\tan(180^o-45^o)$

$=-\tan 45^o$

$\therefore m=-1 ....(i)$

আমরা জানি, মূলবিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$y=mx$

বা, $y=-x$ [(i) নং হতে পাই, $m=-1$]

$\therefore x+y=0 ....(Ans.)$

১নং প্রশ্নের উত্তর (খ)

দেওয়া আছে, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(k^2,2k)$

সরলরেখাটির ঢাল $m=\frac{1}{k}$

$\therefore$ সরলরেখাটির সমীকরণ $y-2k=\frac{1}{k}(x-k^2)$

$\therefore$ সরলরেখাটির $(-2,1)$ বিন্দুগামী হলে, $1-2k=\frac{1}{k}(-2-k^2)$

বা, $1-2k=\frac{-2}{k}-k$

বা, $1-2k=\frac{-2-k^2}{k}$

বা, $k(1-2k)=-2-k^2$

বা, $k-2k^2+2+k^2=0$

বা, $-k^2+k+2=0$

বা, $-(k^2-k+2)=0$

বা, $k^2-k-2=0$

বা, $k^2-2k+k-2=0$

বা, $k(k-2)+1(k-2)=0$

বা, $(k-2)(k+2)=0$

$\therefore k-2=0$ অথবা, $k+1=0$

$\therefore k=2$ $\quad \therefore k=-1$

$Ans: k=2$ অথবা -1

১নং প্রশ্নের উত্তর (গ)

$A(t+1,1)$, $B(2t+1,3)$ ও $C(2t+2,2t)$ শীর্ষ তিনটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নেওয়া হলো

$\therefore \Delta ABC$ -এর ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} t+1 & 2t+1 & 2t+2 & t+1 \\ 1 & 3 & 2t & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$=\frac{1}{2}\{3(t+1)+2t(2t+1)+1(2t+2)-1(2t+1)$

$-3(2t+2)-2t(t+1)\}$

$=\frac{1}{2}(3t+3+4t^2+2t+2t+2-2t-1-6t-6-2t^2-2t)$

$=\frac{1}{2}(2t^2-3t-2)$ বর্গ একক (Ans.)

A, B, C বিন্দুত্রয় সমরেখ হবে যদি ΔABC এর ক্ষেত্রফল শূন্য হয়,

$\therefore \frac{1}{2}(2t^2-3t-2)=0$

বা, $2t^2-3t-2=0$

বা, $2t^2-4t+t-2=0$

বা, $2t(t-2)+1(t-2)=0$

বা, $(t-2)(2t+1)=0$

$\therefore t-2=0$ $\quad$ অথবা, $2t+1=0$

$\therefore t=2$ $\quad$ বা, $2t=-1$

$\therefore t=-\frac{1}{2}$

$\therefore t=2$ অথবা $-\frac{1}{2}$ হলে A, B ও C বিন্দুত্রয় সমরেখ হবে।

(দেখানো হলো)

২। $3x+by+1=0$ এবং $ax+6y+1=0$ সরলরেখাদ্বয় $P(5,4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

ক) P বিন্দুগামী এবং x অক্ষের লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ) a ও b এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর।

গ) **প্রথম সমীকরণ x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় সমীকরণ y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করলে মূলবিন্দু থেকে AB রেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।**

২নং প্রশ্নের উত্তর (ক)

দেওয়া আছে, $P(5,4)$

X অক্ষের লম্বরেখা অর্থাৎ y অক্ষের সমান্তরাল

আমরা জানি, y অক্ষের সমান্তরাল রেখার

সমীকরণ $x = a......(i)$ [a ধ্রুবক]

(i) নং সমীকরণটি $P(5,4)$ বিন্দুগামী হলে $5 = a$

(i) নং সমীকরণে $a = 5$ বসিয়ে

$x = 5$

$\therefore x - 5 = 0 \quad (Ans.)$

২নং প্রশ্নের উত্তর (খ)

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + by + 1 = 0.........(i)$

এবং $ax + 6y + 1 = 0..........(ii)$

(i) নং রেখাটি $(5,4)$ বিন্দুগামী হলে,

$3.5 + b.4 + 1 = 0$

বা, $15 + 4b + 1 = 0$

বা, $16 + 4b = 0$

বা, $4b = -16$

$\therefore b = -4$

(ii) নং রেখাটি $(5,4)$ বিন্দুগামী হলে,

$a.5 + 6.4 + 1 = 0$

বা, $5a + 24 + 1 = 0$

বা, $5a + 25 = 0$

বা, $5a = -25$

$\therefore a = -5$

b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$3x + (-4)y + 1 = 0$

বা, $3x - 4y + 1 = 0$

বা, $3x = 4y - 1$

বা, $4y - 1 = 3x$

বা, $4y = 3x + 1$

বা, $y = \frac{1}{4}(3x + 1)$

$\therefore y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}........(iii)$

a এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$-5x + 6y + 1 = 0$

বা, $6y = 5x - 1$

বা, $y = \frac{1}{6}(5x - 1)$

$\therefore y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}.........(iv)$

(iii) নং রেখাটিকে $y = m_1x + c$ এর সাথে তুলনা করলে,

এখানে, $m_1 = \frac{3}{4}$

আবার, (iv) নং রেখাটিকে $y = m_2x + c$ এর সাথে তুলনা করলে

$m_2 = \frac{5}{6}$

$\therefore m_1m_2 = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$

$= \frac{5}{8}$

Ans : $a = -5,\ b = -4$

২নং প্রশ্নের উত্তর (গ)

'খ' থেকে প্রাপ্ত, (iii) নং সমীকরণটি $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

এবং (iv) নং সমীকরণটি $y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}$

এখানে ১ম সমীকরণটি যদি x-অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করে, তবে কোটি $y = 0$

$\therefore 0 = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

বা, $-\frac{3}{4}x = \frac{1}{4}$

বা, $-3x = 1$

$\therefore x = -\frac{1}{3}$

$\therefore A$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

আবার, ২য় সমীকরণটি যদি y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে ভুজ $x = 0$

$\therefore y = 0 - \frac{1}{6}$

$\therefore y = \frac{-1}{6}$

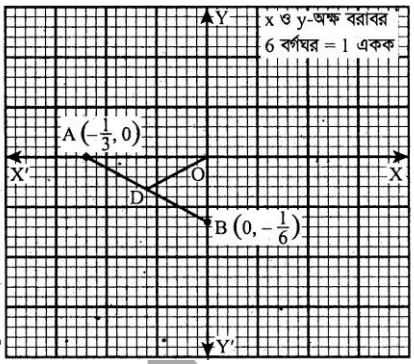
$\therefore B$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$

এখন, $O(0,0), A\left(-\frac{1}{3}, 0\right), B\left(0, -\frac{1}{6}\right)$ শীর্ষ তিনটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নেওয়া হলো :

$\therefore OAB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{6} & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left(0 + \frac{1}{18} + 0 - 0 - 0 - 0\right)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{36}$ বর্গ একক



AB বাহুর দৈর্ঘ্য $=\sqrt{\left(-\frac{1}{3}-0\right)^2+\left(0+\frac{1}{6}\right)^2}$ একক

$=\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2}$ একক

$=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{36}}$ একক

$=\sqrt{\frac{4+1}{36}}$ একক

$=\frac{\sqrt{5}}{6}$ একক

ধরি, AB বাহুর লম্ব দূরত্ব OD

এখন, ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times AB\times OD$

বা, $\frac{1}{36}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{6}\times OD$

বা, $\frac{1}{36}=\frac{OD\sqrt{5}}{12}$

বা, $\frac{1}{3}=OD\sqrt{5}$

বা, $OD=\frac{1}{3\sqrt{5}}$

$=0.15$

Ans : 0.15 একক।

৩। $y=x+4, y=x-4, y=-x+4, y=-x-4$ চারটি সমীকরণ।

ক) $y=-x+4$ **এবং** X**-অক্ষের মধ্যকার কোণের মান কত?**

খ) $y=x+4$ **রেখা এবং অক্ষদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

গ) **যদি উপরের চারটি সমীকরণ কোন চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে তাহলে তার কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।**

<u>৩নং প্রশ্নের উত্তর (ক)</u>

দেওয়া আছে, $y=-x+4$

$\therefore$ ঢাল $=-1$

আমরা জানি, কোণ রেখা X-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল $=\tan\theta$

$\therefore \tan\theta=-1$

বা, $\tan\theta=\tan 135^o$

$\therefore \theta=135^o$ [Ans.]

<u>৩নং প্রশ্নের উত্তর (খ)</u>

দেওয়া আছে, $y=x+4$

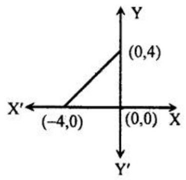
বা, $-x+y=4$

বা, $\frac{-x+y}{4}=1$

বা, $\frac{x}{-4}+\frac{y}{4}=1$

$\therefore$ সরলরেখাটি X ও Y অক্ষের যথাক্রমে (–4,0) ও (0,4) বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার মূলবিন্দু (0,0)



তাহলে, বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0 & 0 & -4 & 0\\ 0 & 4 & 0 & 0\end{vmatrix}$

$=\frac{1}{2}(0+0+0-0+16+0)$

$=\frac{1}{2}\times 16=8$ বর্গ একক (Ans.)

<u>৩নং প্রশ্নের উত্তর (গ)</u>

দেওয়া আছে, $y=x+4$..........(i)

$y=x-4$...............(ii)

$y=-x+4$.............(iii)

$y=-x-4$................(iv)

(i) ও (iii) যোগ করে পাই,

$y=x+4$

$y=-x+4$

$2y=8$

$\therefore y=4$

$\therefore x=0$

(i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু (0,4)

(i) ও (iv) যোগ করে পাই,

$y=x+4$

$y=-x-4$

$2y=0$

$\therefore y=0$

$\therefore x=-4$

$\therefore$(i) ও (iv) এর ছেদবিন্দু (–4,0)

অনুরূপভাবে,

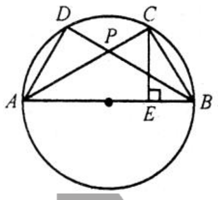
(ii) ও (iv) এর ছেদবিন্দু C(0,–4)

(ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু $D(4,0)$

$\therefore$ AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0-0)^2+(4+4)^2} = 8$ একক

$\therefore$ BC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-4)^2+(0-0)^2} = 8$ একক[Ans.]

৪। ABCD বৃত্তে AB একটি ব্যাস।

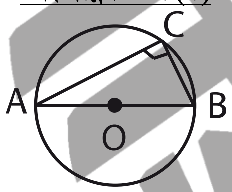


ক) দেখাও যে, $\angle ACB = 90^o$ ২

খ) প্রমাণ কর যে, $AE.BE = CE^2$ ৪

গ) প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC.AP + BD.BP$ ৪

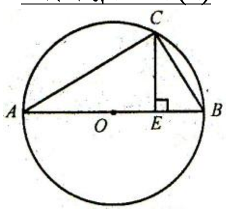
৪নং প্রশ্নের উত্তর (ক)



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস হওয়ায় $\angle AOB = 180^0$
AB চাপের ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle ACB$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$$
$$= \frac{1}{2}\times 180^0$$
$= 90^0$ (দেখানো হলো)

৪নং প্রশ্নের উত্তর (খ)



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস এবং অর্ধবৃত্তস্থ কোণ $\angle ACB = 90^0$ ।$CE \perp AB$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AE.BE = CE^2$

প্রমাণ ঃ ΔACE ও ΔBCE এ

$\angle AEC = \angle BEC$ [প্রত্যেকে সমকোণ]

$\angle CAE = \angle BCE$ [প্রত্যেকে $\angle ACE$ এর পূরক কোণ]

অবশিষ্ট $\angle ACE =$ অবস্থিত$\angle CBE$

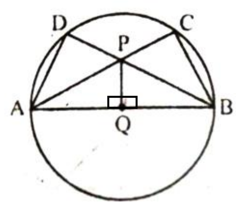
$\therefore \Delta ACE$ ও ΔBCE সদৃশকোণী তাই সদৃশ।

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{AE}{CE}$$

বা, $CE^2 = AE.BE$

বা, $AE.BE = CE^2$ (প্রমাণিত)

৪নং প্রশ্নের উত্তর (গ)



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, AB ব্যাসের উপর অঙ্কিত অর্ধবৃত্তের দুইটি জ্যা AC ও BD পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC.AP + BP.PB$

অঙ্কন ঃ A, D এবং B, C যোগ করি। P হতে $PQ \perp AB$ আঁকি।

প্রমাণ ঃ ΔABC ও ΔAPQ এর মধ্যে

$\angle ACB = \angle AQP$ [সমকোণ বলে]

$\angle BAC = \angle QAP$ [সাধারণ কোণ]

অবশিষ্ট $\angle ABC =$ অবশিষ্ট $\angle APQ$

$\therefore$ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। সুতরাং তারা সদৃশ

$$\therefore \frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ}$$

বা, $AB.AQ = AC.AP........(i)$

আবার, ΔABD ও ΔBPQ -এর মধ্যে

$\angle ADB = \angle BQP$ [সমকোণ বলে]

$\angle ABD = \angle QBP$ [সাধারণ কোণ]

অবশিষ্ট $\angle BAD =$ অবশিষ্ট $\angle BPQ$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। সুতরাং তারা সদৃশ

$$\therefore \frac{AB}{BP} = \frac{BD}{BQ}$$

বা, $AB.BQ = BD.BP........(ii)$

$\therefore (i)+(ii)$ করে পাই,

$AB.AQ + AB.BQ = AC.AP + BD.BP$

বা, $AB(AQ+BQ) = AC.AP + BD.BP$

বা, $AB.AB = AC.AP + BD.BP$

$\therefore AB^2 = AC.AP + BD.BP$ (প্রমাণিত)

৫। ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং AD, BC এর মধ্যমা।

ক) এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

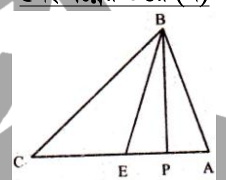
খ) প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 = 2(AE^2 + BE^2)$ ৪

গ) ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রয় P বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে,
$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(PA^2 + PB^2 + PC^2).$$

৫নং প্রশ্নের উত্তর (ক)

ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি, তৃতীয় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ঐ বাহুর সমদ্বিখন্ডক মধ্যমার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

৫নং প্রশ্নের উত্তর (খ)



বিষেশ নির্বচন ঃ ΔABC এর BE মধ্যমা CA বাহুকে E বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,
$AB^2 + BC^2 = 2(AE^2 + BE^2)$

অঙ্কন ঃ CA বাহুর উপর BP লম্ব অঙ্কন করি।

প্রমাণ ঃ ΔBEC এর $\angle BEC$ স্থুলকোণ এবং AE রেখার উপর BE রেখার লম্ব অভিক্ষেপ PE .

স্থুকোণের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি অনুসারে,

$BC^2 = BE^2 + CE^2 + 2CE.PE..........(i)$

আবার, ΔABE এ $\angle BEA$ সূক্ষ্মকোণ এবং CA রেখার উপর BE এর লম্ব অভিক্ষেপ PE .

সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,

$$AB^2 = BE^2 + AE^2 - 2AE.PE........(ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

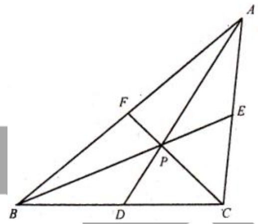
$$AB^2 + BC^2 = 2BE^2 + AE^2 + CE^2 + 2CE.PE - 2AE.PE$$

$$= 2BE^2 + AE^2 + AE^2 + 2AE.PE - 2AE.PE \; [\therefore AE = CE]$$

$$= 2BE^2 + 2AE^2$$

$$AB^2 + BC^2 = 2(AE^2 + BE^2)$$ (প্রমাণিত)

৫নং প্রশ্নের উত্তর (গ)



বিশেষ নির্বচন ঃ দেওয়া আছে, ΔABC এর AD, BE ও CF মধ্যমাত্রায় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(PA^2 + PB^2 + PC^2)$$

সুতরাং P বিন্দুটি প্রত্যেকটি মধ্যমাকে $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\therefore AP : PD = 2:1$$

বা, $\dfrac{AP}{PD} = \dfrac{2}{1}$

বা, $PD = \dfrac{1}{2}AP$

অনুরূপে $PE = \dfrac{1}{2}PB$ এবং $PF = \dfrac{1}{2}PC$

ΔABP এ PF মধ্যমা। এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$\therefore PA^2 + PB^2 = 2PF^2 + 2AF^2$$

বা, $PA^2 + PB^2 = 2\left(\dfrac{1}{2}PC\right)^2 + 2\left(\dfrac{1}{2}AB\right)^2$

বা, $PA^2 + PB^2 = \dfrac{1}{2}PC^2 + \dfrac{1}{2}AB^2$

$$\therefore \frac{1}{2}AB^2 = PA^2 + PB^2 - \frac{1}{2}PC^2......(i)$$

অনুরূপে $\dfrac{1}{2}BC^2 = PB^2 + PC^2 - \dfrac{1}{2}PA^2........(ii)$

$$\frac{1}{2}AC^2 = PC^2 + PA^2 - \frac{1}{2}PB^2..........(iii)$$

$(i), (ii)$ ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$\frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}BC^2 + \frac{1}{2}AC^2 = PA^2 + PB^2 - \frac{1}{2}PC^2 + PB^2$$

$$+ PC^2 - \frac{1}{2}PA^2 + PC^2 + PA^2 - \frac{1}{2}PB^2$$

বা, $\dfrac{1}{2}(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 2PA^2 - \dfrac{1}{2}PA^2 + 2PB^2 - \dfrac{1}{2}PB^2$

$$+ 2PC^2 - \frac{1}{2}PC^2 = \frac{3}{2}(PA^2 + PB^2 + PC^2)$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(PA^2 + PB^2 + PC^2)$$ (প্রমাণিত)

৬। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং O হতে 5 সে.মি. দূরে T বিন্দু অবস্থিত।

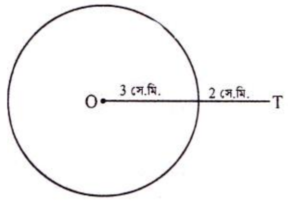
ক) তথ্যানুসারে চিত্র আঁক। ২

খ) T হতে বৃত্তে দুইটি স্পর্শ আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)৪

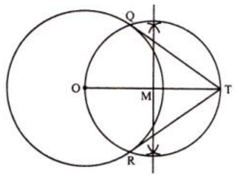
গ) পিথাগোরাসের উপপাদ্য ব্যবহার করে স্পর্শকদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৬নং প্রশ্নের উত্তর (ক)

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং O হতে 5 সে.মি. দূরে T বিন্দু অবস্থিত। প্রদত্ত তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।



৬নং প্রশ্নের উত্তর (খ)



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং O হতে 5 সে.মি. দূরে T বিন্দু অবস্থিত। T বিন্দুতে থেকে উক্ত বৃত্তে স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

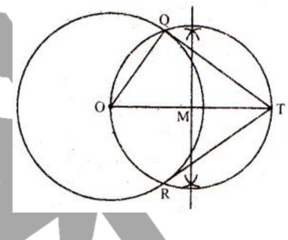
ধাপ-১: OT রেখাকে M বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করি।

ধাপ-২" M -কে কেন্দ্র করে OM ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা O কেন্দ্রিক বৃত্তকে Q ও R বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৩: T, Q এবং T, R যোগ করি।

তাহলে, TQ ও TR -ই নির্ণেয় স্পর্শক।

৬নং প্রশ্নের উত্তর (গ)



চিত্র থেকে পাই,

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ব্যাসার্ধ, $OQ = OR = 3$ সে.মি. এবং $OT = 5$ সে.মি.। Q, O যোগ করি।

যেহেতু QT, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক।

সুতরাং ΔTQO সমকোণী ত্রিভুজ এবং এর অতিভুজ OT ।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই ΔTQO হতে পাই।

(ভূমি)^2 + (লম্ব)^2 = (অতিভূজ)^2

বা, $OQ^2 + TQ^2 = OT^2$

বা, $TQ^2 = OT^2 - OQ^2$

বা, $TQ^2 = 5^2 - 3^2$

বা, $TQ = \sqrt{25-9}$

বা, $TQ = \sqrt{16}$

$\therefore TQ = 4$ সে.মি.

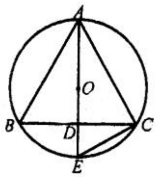
অনুরূপভাবে, $TR = 4$ সে.মি.

$\therefore$ স্পর্শকদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= TQ + TR$

$= (4+4)$ সে.মি.

$= 8$ সে.মি.

৭।



চিত্রে, $AB = AC$ এবং বৃত্তের পরিব্যাসার্ধ R

ক) ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য বর্ণনা কর। ২

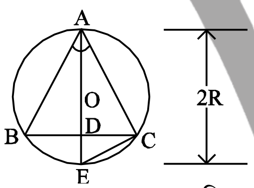
খ) যদি $AD \perp BC$ হয় তবে, প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R.AD$

গ) যদি $\angle A$ কে AE সমদ্বিখণ্ডিত করে তবে দেখাও যে, $AD^2 = AB^2 - BD.DC$ ৪

৭নং প্রশ্নের উত্তর (ক)

ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্যঃ "বৃত্তের অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি যদি পরস্পর লম্ব হয়, তবে তাদের ছেদ বিন্দু হতে কোনো বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব বিপরীত বাহুকে দ্বিখণ্ডিত করে।"

৭নং প্রশ্নের উত্তর (খ)



বিশেষ নির্বচন ঃ দেওয়া আছে, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $AB = AC$, $AD \perp BC$ এবং পরিব্যাসার্ধ R। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = 2R.AD.$

অঙ্কন ঃ AD-কে বর্ধিত করি, যেন উহা পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ ঃ ΔABD ও ΔAEC-এ,

$\angle ABD = \angle AEC$ [একই চাপ AC এর উপর অবস্থিত বলে]

$\angle ADB = \angle ACE$ [$\because \angle ACE$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এবং $AD \perp BC$]

এবং অবশিষ্ট $\angle BAD =$ অবশিষ্ট $\angle CAE$

ΔABD ও ΔAEC সদৃশকোণী

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE}$

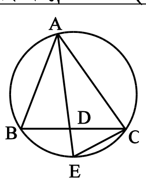
বা, $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AE}$ [$\because AB = AC$]

বা, $AB^2 = AE.AD$

বা, $AB^2 = 2R.AD$ [$\because 2R = AE$]

$\therefore AB^2 = 2R.AD.$ **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের উত্তর (গ)



বিশেষ নির্বচনঃ ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে এবং ABC বৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD^2 = AB^2. - BD.DC$

অঙ্কনঃ C ও E যোগ করি।

প্রমাণঃ ΔABD ও ΔACE -এ

$\angle BAD = \angle CAE$ [$\because AD, \angle A$ **এর সমদ্বিখণ্ডক**]

$\angle ABC = \angle AEC$ [$\because$ একই চাপ AC এর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ]

বা, $\angle ABD = \angle AEC$

এবং অবশিষ্ট $\angle ADB =$ অবশিষ্ট $\angle ACE$

$\therefore \Delta ABD$ ও ΔACE ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী;

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE}$

বা, $AD.\ AE = AB.\ AC$

বা, $AD(AD + DE) = AB.AC$

$\therefore AD^2 + AD.DE = AB.AC..........(i)$

আবার, ΔABD ও ΔCDE -এ

$\angle ABC = \angle CEA$ [$\because$ একই চাপ AC এর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ]

বা, $\angle ABD = \angle CED$

$\angle ADB = \angle CDE$ [বিপ্রতীপ কোণ]

এবং অবশিষ্ট $\angle BAD =$ অবশিষ্ট $\angle DCE$

$\therefore \Delta ABD$ ও ΔCDE ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী

$\therefore \frac{BD}{DE} = \frac{AD}{DC}$

বা, $AD.\ DE = BD.DC$

(i) নং সমীকরণে $AD.DE$ এর মান বসিয়ে পাই,

$\therefore AD^2 + BD.DC = AB.AC$

বা, $AD^2 = AB.\ AC - BD.\ DC$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD.DC$ [$\because AB = AC$]

(প্রমানিত)